

SUR UN 'TRIANGLE ÉCONOMIQUE' DE PASCAL

Colloque Blaise Pascal Economiste

Université d'Auvergne, FERDI

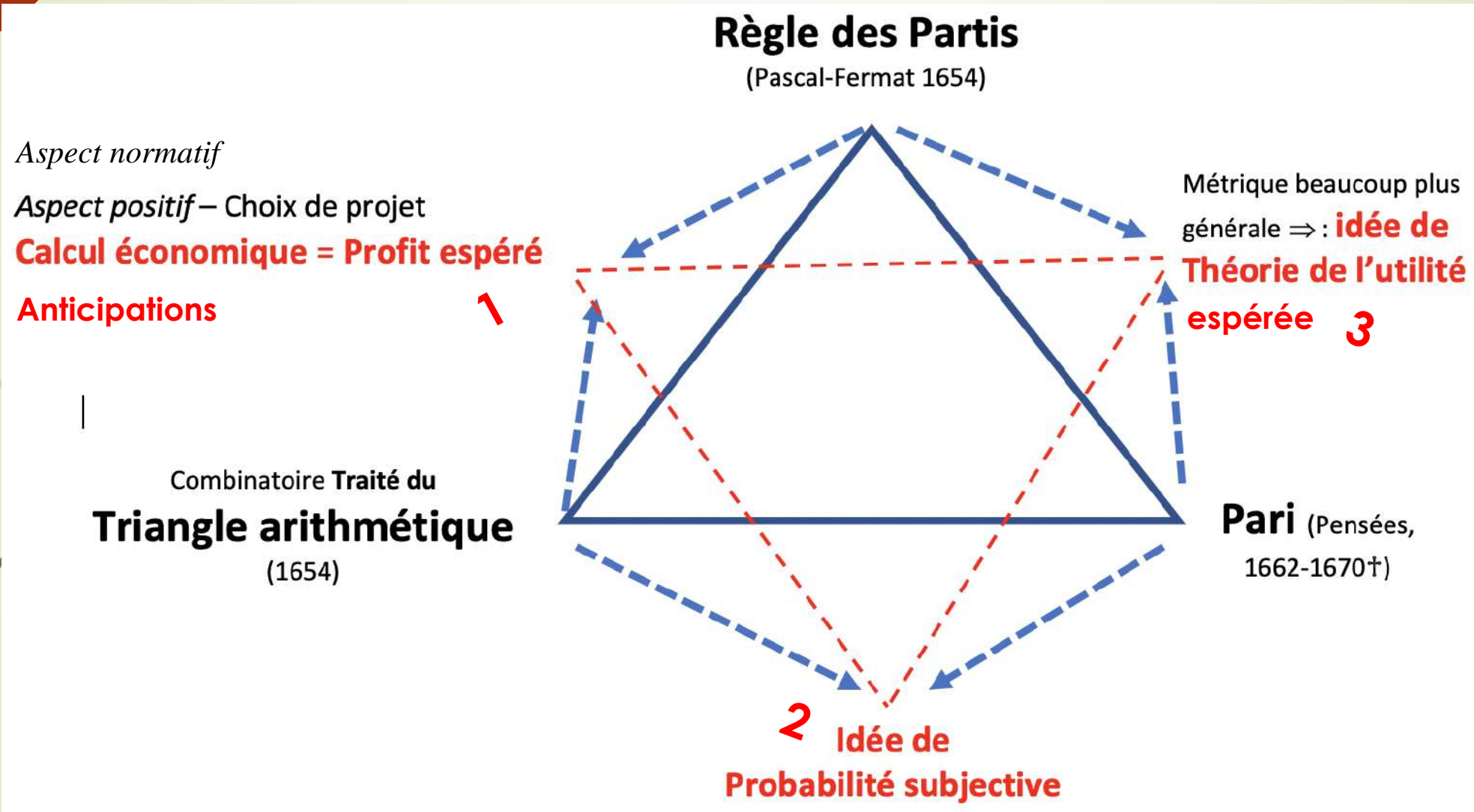
Table-Ronde n°1

Bertrand Munier

20 novembre 2023

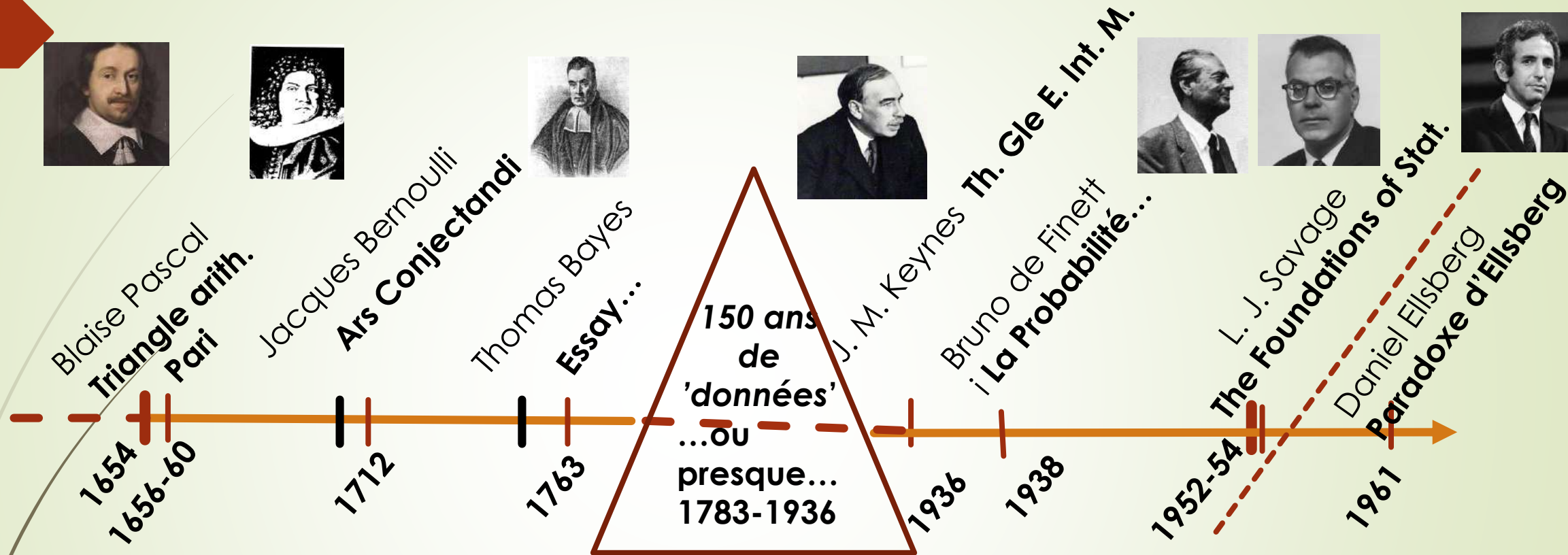
Pascal initiateur de 3 lignes de pensée

2



2. L'aventure de l'idée de probabilité subjective :

3



1713 : *Ars Conjectandi* : Les affaires humaines appellent une **probabilité** – degré de croyance.

1938 : De Finetti: fondement 'expérimental'

1954 : Savage : fondements théoriques : Il y a *toujours* des probabilités \neq incertitude

1961 : Le Paradoxe d'Ellsberg** relativise la portée *cognitive* du **théorème de Savage**

3. Le cheminement de l'idée d'utilité espérée



Règle des Partis
Blaise Pascal
Pari

1654
1656-60



Lettre du 9 09 13
Nicolas Bernoulli
1738
Spec Th Nov de mens sortis
Daniel Bernoulli



Theory of Games...
J. Von Neumann
et O. Morgenstern
1938-44

The Foundations of Statistics
L. J. Savage
1952-54



Paradoxe d'Allais



A Th. of Anticipated U.
1981
J. Quiggin



The (U, θ) Model
1988
Maurice Allais

Cumul. Prosp. Th.
1992
Tversky & Ka

Près de
200 ans
d'oubli

4

1938-1947 : John v Neumann, Oskar Morgenstern exhument Daniel Bernoulli

Depuis 1945, 2 sous-périodes :

En 1950-54 puis 1970-1980 : Expérimentations et contre-exemples à l'UE

Années 80 : Elaboration de modèles alternatifs à l'UE

Les choix uniques face au risque Années 50

5

- ➔ 'Emolumentum' (E_m) espéré (D. Bernoulli, 1738) permet d'évaluer L
- ➔ $E E_m(L) = p_1 \cdot E_m(x_1) + p_2 \cdot E_m(x_2) + p_3 \cdot E_m(x_3)$, où: $E_m(x_i) = k \cdot \log(1 + x_i/F_i)$
- ➔ Où Acte $\rightarrow L$: n conséquences possibles avec probabilités :

$$\rightarrow L = (x_1, p_1; x_2, p_2; x_3, p_3).$$

- ➔ VNM : $U(L)$ déf sur ttes les distribut possibles L (\neq D. Bernoulli) $\{L\} \rightarrow \mathbb{R}$
- ➔ Si l'on pose $U(x_i, 1) = u(x_i)$, $U(L) = p_1 u(x_1) + p_2 u(x_2) + p_3 u(x_3)$,
- ➔ NEANMOINS :
- ➔ $u(x_i)$ peut (ET DOIT) être « élicité » auprès de chaque individu, qu'il caractérise par une fonction spécifique !
- ➔ La valeur absolue de $u(x_i)$ n'a aucune signification (éch d'int: cf. temp)

Le débat années 1950, puis après 1970

6 Intuition : Accroissement de 1% de chance d'obtenir un résultat est plus important subjectivement si $p = 98\%$ ou 99% que si $p = 20\%$, p. ex.

➔ **MAIS ALORS, $U(L)$ ne peut pas être « linéaire en probabilités » !**
(\neq UE)

- ➔ **Colloque de 1952.** Allais présente **des bases de formalisation.** Echec.
- ➔ Le lendemain protocole expérimental : le « **Paradoxe d'Allais** ». **Robuste.**

➔ ***

- ➔ En 1986, au-delà du contre-exemple : **Modèle alternatif, dit (U, θ) :**
- ➔ Idée : **non-séparabilité des jugements sur les actes («complémentarité»)**
- ➔ Expression analytique : **transformation θ non linéaire des probabilités, à éliciter AUSSI auprès de l'individu**

« Paradoxe d'Allais » : $U(L)$ n'est pas un polynôme 1^{er} degré

Q A : **A1** = (1M€, 100%) ou **A2** = (0€, 1% ; 1M€, 89% ; 5M€, 10%)

Q B : **B1** = (1M€, 90% ; 5M€, 10%) ou **B2** = (1M€, 89% ; 5M€, 11%)

➔ Entre 45 et 65% des sujets : **$U(A1) > U(A2)$** ET **$U(B2) > U(B1)$**

➔ \neq Règle des Partis : $GE(A1) < GE(A2)$ et $GE(B1) < GE(B2)$

➔ \neq Règle de choix de Daniel Bernoulli (F=50M€, $\alpha=10$) :

$EE(A1)=0,086$. $EE(A2)=0,118$. $EE(B1)= 0,119$. $EE(B2)= 0,122$

➔ \neq Règle d'utilité espérée vNM

- SOIT : $Eu(A1) < Eu(A2)$ ET ALORS nécessairement $Eu(B1) < Eu(B2)$

- SOIT : $Eu(A2) < Eu(A1)$ ET ALORS nécessairement $Eu(B2) < Eu(B1)$

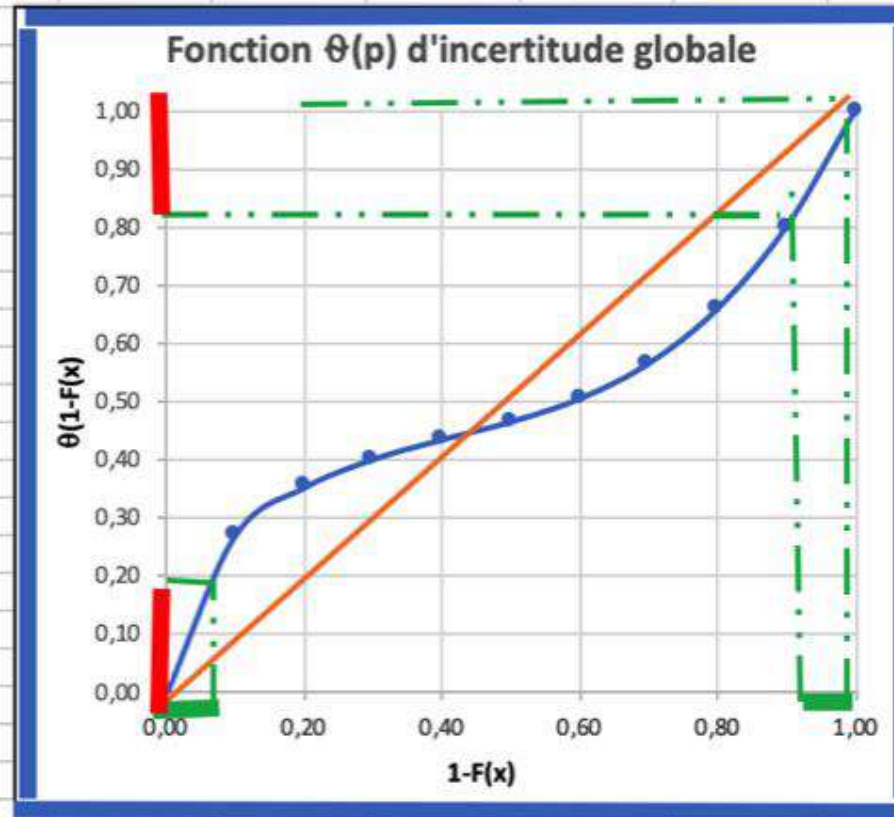
➔ **Aucun polynôme du 1^{er} degré ne décrit les comportements d large partie des individus**

Fonction type de transformation des probabilités

8

$$\theta(p) = (x^{0,8584} + \text{EXP}(2,46*(x-0,61))*x^{3,0365}) / (1 + \text{EXP}(2,46*(x-0,61)))$$

0,00	0,00
0,10	0,27
0,20	0,35
0,30	0,40
0,40	0,43
0,50	0,47
0,60	0,51
0,70	0,57
0,80	0,66
0,90	0,80
1,00	1,00



$p=0,10$ est transformé en $p^*=0,27$ pour le meilleur résultat
 $p=0,10$ est transformé en $p^*=0,20$ pour le pire résultat

**Courbe élicitée
à l'aide du
logiciel *NERP*
8.0**

**Comportement
fréquent, « sur-
pondérant » les
probabilités des
résultats
extrêmes**

Propos d'étape : L'utilité dépendant du rang permet de comprendre...

9

- **Achat de billets de loterie et de contrats d'assurance** par le même individu : impossible sous UE. Expl.: la surpondération pas du même côté!
 - **« Equity premium puzzle »** : anomalie sous UE mais profil de la distribution des résultats d'actions implique exigence primes de risque + fortes
 - Demande d'**hyper-sécurité** de nos sociétés,
 - etc.
- Leçon: **Le risque n'est pas que variabilité** (variance), il est aussi et peut-être **surtout asymétrie** (ou '**structure**' de la distribution de probabilité.....