

# SUR UN 'TRIANGLE ÉCONOMIQUE' DE PASCAL

Colloque Blaise Pascal Economiste

Université d'Auvergne, FERDI

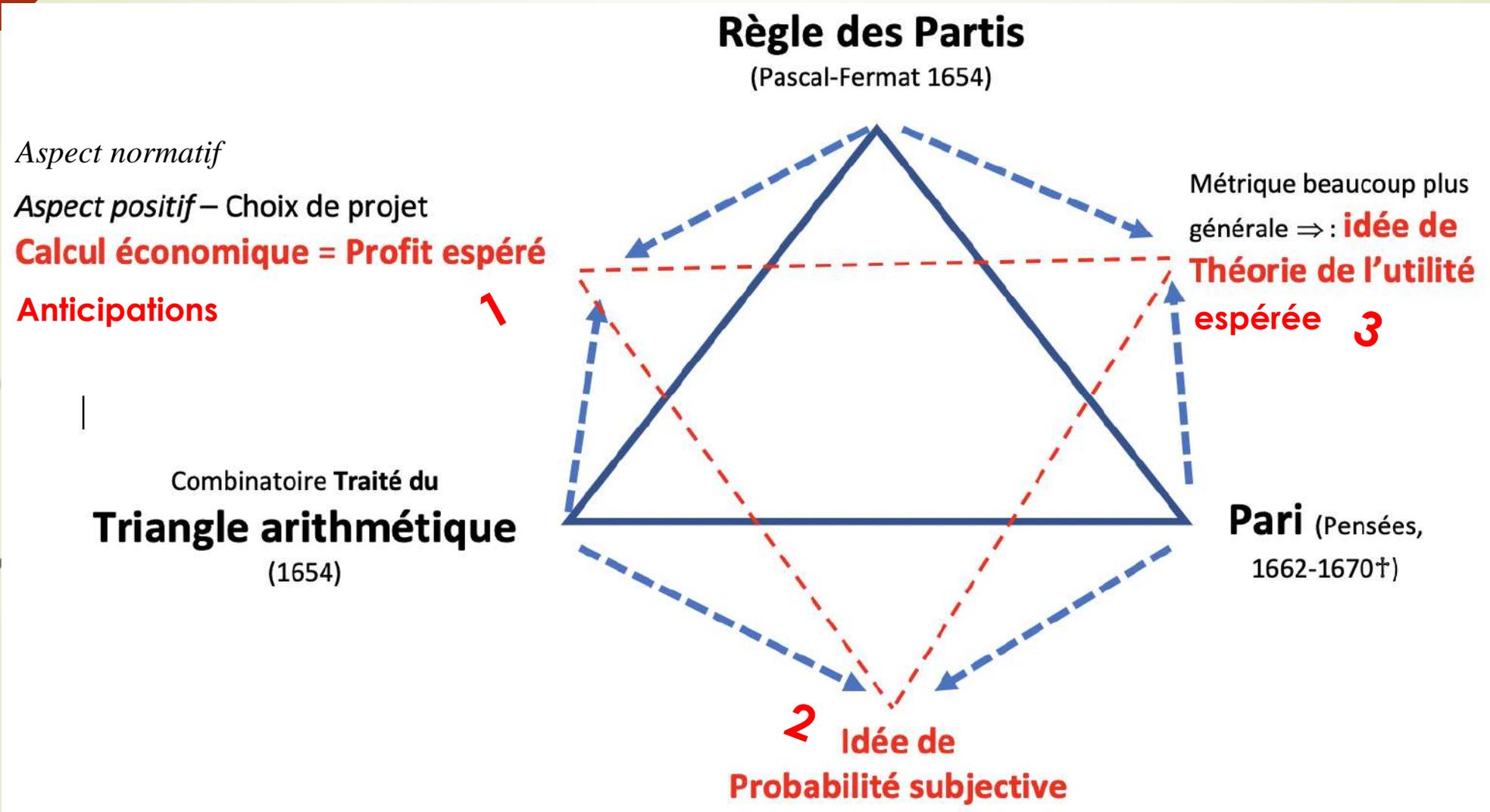
Table-Ronde n°1

*Bertrand Munier*

20 novembre 2023

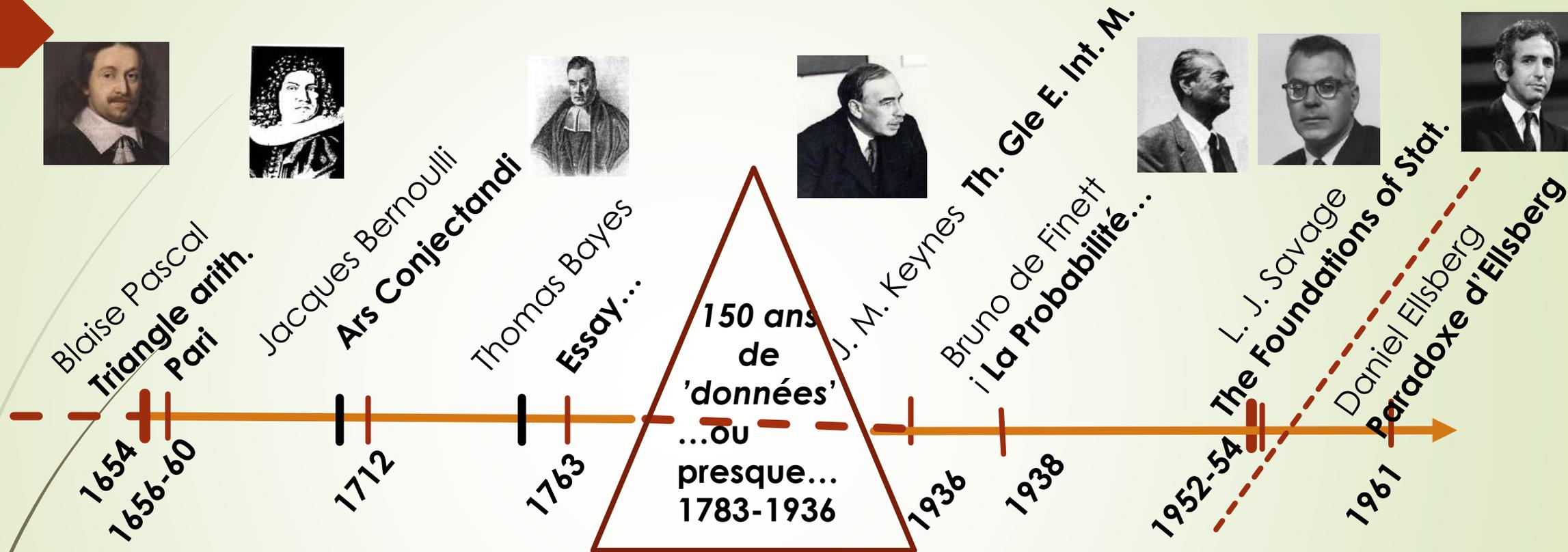
# Pascal initiateur de 3 lignes de pensée

2



## 2. L'aventure de l'idée de probabilité subjective :

3



**1713 : *Ars Conjectandi*** : Les affaires humaines appellent une **probabilité** – degré de croyance.

**1938 : De Finetti**: fondement 'expérimental'

**1954 : Savage** : fondements théoriques : Il y a toujours des probabilités  $\neq$  incertitude

**1961 : Le Paradoxe d'Ellsberg\*\*** relativise la portée cognitive du **théorème de Savage**

### 3. Le cheminement de l'idée d'utilité espérée



Règle des Partis  
Blaise Pascal  
Pari

1654  
1656-60



Lettre du 9 09 13  
Nicolas Bernoulli  
1738  
Spec Th Nov de mens sortis  
Daniel Bernoulli



Près de  
200 ans  
d'oubli



Theory of Games...  
J. Von Neumann  
et O. Morgenstern  
1938-44



The Foundations of Statistics  
L. J. Savage  
1952-54



Paradoxe d'Allais



A Th. of Anticipated U.  
1981  
J. Quiggin



The  $(U, \theta)$  Model  
1988  
Maurice Allais

Cumul. Prosp. Th.  
1992  
Tversky & Ka

4

1938-1947 : John v Neumann, Oskar Morgenstern exhument Daniel Bernoulli

Depuis 1945, 2 sous-périodes :

En 1950-54 puis 1970-1980 : Expérimentations et contre-exemples à l'UE

Années 80 : Elaboration de modèles alternatifs à l'UE

# Les choix uniques face au risque Années 50

5

- ➔ 'Emolumentum' ( $E_m$ ) espéré (D. Bernoulli, 1738) permet d'évaluer  $L$
- ➔  $EE_m(L) = p_1 \cdot E_m(x_1) + p_2 \cdot E_m(x_2) + p_3 \cdot E_m(x_3)$ , où:  $E_m(x_i) = k \cdot \log(1 + x_i/F_i)$
- ➔ Où Acte  $\rightarrow L$  :  $n$  conséquences possibles avec probabilités :

$$\rightarrow L = (x_1, p_1; x_2, p_2; x_3, p_3).$$

\*\*\*

- ➔ VNM :  $U(L)$  déf sur ttes les distribut possibles  $L$  ( $\neq$  D. Bernoulli)  $\{L\} \rightarrow \mathbb{R}$ . ...
- ➔ Si l'on pose  $U(x_i, 1) = u(x_i)$ ,  $U(L) = p_1 u(x_1) + p_2 u(x_2) + p_3 u(x_3)$ ,
- ➔ NEANMOINS :
- ➔  $u(x_i)$  peut (ET DOIT) être « élicité » auprès de chaque individu, qu'il caractérise par une fonction spécifique !
- ➔ La valeur absolue de  $u(x_i)$  n'a aucune signification (éch d'int: cf. temp)

# Le débat années 1950, puis après 1970

6 Intuition : Accroissement de 1% de chance d'obtenir un résultat est plus important subjectivement si  $p = 98\%$  ou  $99\%$  que si  $p = 20\%$ , p. ex.

➔ **MAIS ALORS,  $U(L)$  ne peut pas être « linéaire en probabilités » !**  
( $\neq$  UE)

- ➔ **Colloque de 1952.** Allais présente **des bases de formalisation**. Echec.
- ➔ Le lendemain protocole expérimental : le « **Paradoxe d'Allais** ». **Robuste.**

➔ \*\*\*

- ➔ En 1986, au-delà du contre-exemple : **Modèle alternatif, dit  $(U, \theta)$  :**
- ➔ Idée : **non-séparabilité des jugements sur les actes («complémentarité»)**
- ➔ Expression analytique : **transformation  $\theta$  non linéaire des probabilités, à éliciter AUSSI auprès de l'individu**

# « Paradoxe d'Allais » : $U(L)$ n'est pas un polynôme 1<sup>er</sup> degré

Q A : **A1** = (1M€, 100%)      ou      **A2** = (0€, 1% ; 1M€, 89% ; 5M€, 10%)

Q B : **B1** = (1M€, 90% ; 5M€, 10%)      ou      **B2** = (1M€, 89% ; 5M€, 11%)

➔ Entre 45 et 65% des sujets :  **$U(A1) > U(A2)$**     ET     **$U(B2) > U(B1)$**

➔  $\neq$  Règle des Partis :       $GE(A1) < GE(A2)$  et  $GE(B1) < GE(B2)$

➔  $\neq$  Règle de choix de Daniel Bernoulli (F=50M€,  $\alpha=10$ ) :

$EE(A1)=0,086$ .  $EE(A2)=0,118$ .  $EE(B1)= 0,119$ .  $EE(B2)= 0,122$

➔  $\neq$  Règle d'utilité espérée vNM

- SOIT :  $Eu(A1) < Eu(A2)$       ET ALORS nécessairement       $Eu(B1) < Eu(B2)$

- SOIT :  $Eu(A2) < Eu(A1)$       ET ALORS nécessairement       $Eu(B2) < Eu(B1)$

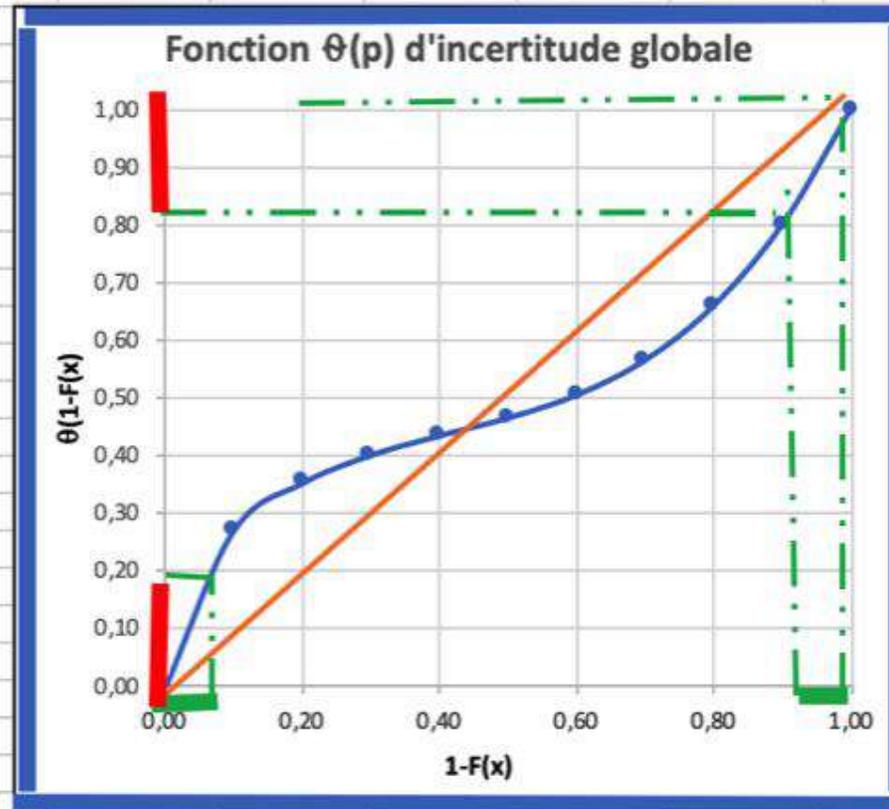
➔ **Aucun polynôme du 1<sup>er</sup> degré ne décrit les comportements d large partie des individus**

# Fonction type de transformation des probabilités

8

$$\theta(p) = (x^{0,8584} + \text{EXP}(2,46*(x-0,61))*x^{3,0365}) / (1 + \text{EXP}(2,46*(x-0,61)))$$

0,00	0,00
0,10	0,27
0,20	0,35
0,30	0,40
0,40	0,43
0,50	0,47
0,60	0,51
0,70	0,57
0,80	0,66
0,90	0,80
1,00	1,00



$p=0,10$  est transformé en  $p^*=0,27$  pour le meilleur résultat  
 $p=0,10$  est transformé en  $p^*=0,20$  pour le pire résultat

**Courbe élicitée  
à l'aide du  
logiciel *NERP*  
8.0**

**Comportement  
fréquent, « sur-  
pondérant » les  
probabilités des  
résultats  
extrêmes**

# Propos d'étape : L'utilité dépendant du rang permet de comprendre...

9

- **Achat de billets de loterie et de contrats d'assurance** par le même individu : impossible sous UE. Expl.: la surpondération pas du même côté!
  - **« Equity premium puzzle »** : anomalie sous UE mais profil de la distribution des résultats d'actions implique exigence primes de risque + fortes
  - Demande d'**hyper-sécurité** de nos sociétés,
  - etc.
- Leçon: **Le risque n'est pas que variabilité** (variance), il est aussi et peut-être **surtout asymétrie** (ou '**structure**' de la distribution de probabilité.....